

TRƯỜNG THPT NGHI SƠN - THANH HÓA

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA 2015

TỔ: TỰ NHIÊN I

MÔN THI: TOÁN

Thời gian làm bài : 180 phút

Câu 1 (4 điểm) Cho hàm số: $y = 2x^3 - 3x^2 + 1$ (C)

a. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số (C).

b. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) biết tiếp tuyến đó có hệ số góc nhỏ nhất.

Câu 2 (2 điểm) Giải phương trình sau : $\cos 2x + \cos x (2 \tan^2 x - 1) = 2$

Câu 3 (2 điểm) Giải bất phương trình sau: $2 \log_2 (2x-1) + \log_{\frac{1}{2}} (3x+1) \leq 3$.

Câu 4 (2 điểm) Tìm hệ số của số hạng chứa x^6 trong khai triển nhị thức $\left(\frac{1}{\sqrt[3]{x}} - 3x^2 \right)^{10}$.

Câu 5 (2 điểm) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O cạnh bằng a , Góc $\angle DAB = 120^\circ$. Hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) cùng vuông góc với đáy. Góc giữa (SBC) và mặt đáy bằng 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách từ A đến (SBC) .

Câu 6 (2 điểm) Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng (d) và mặt phẳng (P) lần lượt có phương trình là $(d) \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-1}{-1}$, $(P) 2x+y+z+2=0$. Tìm A là giao điểm của (d) và (P) , viết phương trình đường thẳng (d') là hình chiếu vuông góc của (d) trên mặt phẳng (P) .

Câu 7 (2 điểm) Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho tam giác nhọn ABC . Đường thẳng chứa trung tuyến kẻ từ A và đường thẳng BC lần lượt có phương trình $3x+5y-8=0$, $x-y-4=0$. Đường thẳng qua A vuông góc với BC cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC tại điểm thứ hai là $D(4;-2)$. Viết phương trình các đường thẳng AB, AC ; biết rằng hoành độ của điểm B không lớn hơn 3.

Câu 8 (2 điểm) Giải hệ phương trình sau:
$$\begin{cases} 2y^3 + 12y^2 + 25y + 18 = (2x+9)\sqrt{x+4} \\ \sqrt{3x+1} + 3x^2 - 14x - 8 = \sqrt{6-4y-y^2} \end{cases}$$

Câu 9 (2 điểm) Cho $\frac{1}{4} \leq x \leq 1$; $y, z \geq 1$ sao cho $xyz = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = \frac{1}{1+x} + \frac{1}{1+y} + \frac{1}{1+z}.$$

.....**Hết**.....

Ghi chú: - Thí sinh không sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:.....Số báo danh:.....

TRƯỜNG THPT NGHI SƠN

HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN TOÁN

THI THỬ THPT QUỐC GIA 2015

Câu	Ý	Nội dung cần đạt	Điểm
1			
	a	Giám khảo tự làm đáp án	2
	b	$y' = 6x^2 - 6x = 6\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{3}{2} \geq -\frac{3}{2}$ Tiếp tuyến có hệ số góc Min bằng $-\frac{3}{2}$ khi $x = \frac{1}{2} \Rightarrow y = \frac{1}{2}$ Pttt : $y = -\frac{3}{2}\left(x - \frac{1}{2}\right) + \frac{1}{2} = -\frac{3}{2}x + \frac{5}{4}$	1 0.5 0.5
2		Giải phương trình : $\cos 2x + \cos x(2 \tan^2 x - 1) = 2$ (1)	2
		Điều kiện : $\cos x \neq 0$ (1) $\Leftrightarrow \cos 2x + \frac{2 \sin^2 x}{\cos x} - \cos x = 2$ $\Leftrightarrow \frac{2 \sin^2 x}{\cos x} - \cos x = 2 - \cos 2x = 1 + 2 \sin^2 x$ $\Leftrightarrow 2 \sin^2 x \left(\frac{1}{\cos x} - 1 \right) = 1 + \cos x$ $\Leftrightarrow 2(1 - \cos^2 x)(1 - \cos x) = (1 + \cos x) \cos x$ www.mathvn.com $\Leftrightarrow (1 + \cos x) [2(1 - \cos x)^2 - \cos x] = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = -1 \\ 2 \cos^2 x - 5 \cos x + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x = -1 \\ \cos x = \frac{1}{2} \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = \pi + k\pi \\ x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases}$	0.25 0.25 0.25 0.25 0.5 0.5
3		Giải phương bất phương trình sau: $2 \log_2 (2x-1) + \log_{\frac{1}{2}} (3x+1) \leq 3$.	2
		ĐK $x > \frac{1}{2}$ $\Leftrightarrow 2 \log_2 (2x-1) + \log_{\frac{1}{2}} (3x+1) \leq 3$ $\Leftrightarrow \log_2 (2x-1)^2 - \log_2 (3x+1) \leq 3$ $\Leftrightarrow \log_2 \frac{(2x-1)^2}{3x+1} \leq 3 \Leftrightarrow 0 < \frac{(2x-1)^2}{3x+1} \leq 8$	0.25 0.25 0.5

		$\Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{1}{2} \\ \frac{4x^2 - 28x - 7}{3x + 1} \leq 0 \end{cases}$ $\Leftrightarrow x \in \left(\frac{1}{2}; \frac{7 + 2\sqrt{14}}{2} \right)$	0.5 0.5
4		Tìm hệ số chứa x^6 trong khai triển nhị thức $\left(\frac{1}{\sqrt[3]{x}} - 3x^2 \right)^{10}$.	2
		Ta có $\left(\frac{1}{\sqrt[3]{x}} - 3x^2 \right)^{10} = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k \left(\frac{1}{\sqrt[3]{x}} \right)^{10-k} (-3x^2)^k$ $T_{k+1} = C_{10}^k \left(\frac{1}{\sqrt[3]{x}} \right)^{10-k} (-3x^2)^k = C_{10}^k (-3)^k (x)^{-\frac{1}{3}(10-k)+2k}$ Số hạng chứa x^6 khi $-\frac{1}{3}(10-k) + 2k = 6 \Leftrightarrow k = 4$ Hệ số cần tìm bằng $C_{10}^4 3^4$	0.5 0.5 0.5 0.5
5		Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O cạnh bằng a, $\angle DAB = 120^\circ$. Hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) cùng vuông góc với đáy. Góc giữa (SBC) và mặt đáy bằng 60°. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách từ A đến (SBC).	
		HS tự vẽ hình $(SAC) \perp (ABCD)$ $(SBD) \perp (ABCD) \Rightarrow SO \perp (ABCD) \Rightarrow SO \perp BC$ $(SAC) \cap (SBD) = SO$ Kẻ $OK \perp BC \Rightarrow BC \perp (SOK) \Rightarrow ((SBC), (ABCD)) = \angle SKO = 60^\circ$ $S_{ABCD} = 2S_{ABC} = \frac{\sqrt{3}a^2}{2}$ $OK = \frac{a\sqrt{3}}{4} \Rightarrow SO = \frac{3a}{4} \Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{\sqrt{3}a^3}{8} \text{ (đvtt)}$ $AO \cap (SBC) = C \Rightarrow d(A, (SBC)) = 2d(O, (SBC))$ $(SBC) \perp (SOK)$ $(SBC) \cap (SOK) = SK \Rightarrow OH \perp (SBC) \Rightarrow d(O, (SBC)) = OH$ $OH \perp SK$ $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OK^2} + \frac{1}{OS^2} \Rightarrow OH = \frac{3a}{8}$ $\Rightarrow d(A, (SBC)) = \frac{3a}{4}$	0.25 0.25 0.25 0.25 0.25 0.25 0.25
6		Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, cho đường thẳng (d) và mặt phẳng (P)	

		lần lượt có phương trình là (d) $\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-1}{-1}$, (P) $2x + y + z + 2 = 0$. Tìm A là giao điểm của (d) và (P), viết phương trình đường thẳng (d') là hình chiếu vuông góc của (d) trên mặt phẳng (P) www.dethithudaihoc.com	
		$A = (d) \cap (P) \Rightarrow \begin{cases} x = 1+t \\ y = -2+2t \\ z = 1-t \\ 2x+y+z+2=0 \end{cases} \Rightarrow A(0; -4; 2)$ $M(1; -2; 1) \in (d)$ Gọi H là hình chiếu vuông góc của M trên (P) www.mathvn.com $(MH) \begin{cases} \text{qua } M(1; -2; 1) \\ \text{vtcp } (2; 1; 1) \end{cases} \Rightarrow (MH) \begin{cases} x = 1+2t \\ y = -2+t \\ z = 1+t \end{cases}$ $H = MH \cap (P) \Rightarrow \begin{cases} x = 1+2t \\ y = -2+t \\ z = 1+t \\ 2x+y+z+2=0 \end{cases} \Rightarrow H(0; \frac{5}{2}; \frac{1}{2})$ $(d') \begin{cases} \text{qua } A(0; -4; 2) \\ \text{vtcp } \overrightarrow{AH}(0; \frac{3}{2}; \frac{3}{2}) \end{cases} \Rightarrow (d') \begin{cases} x = 0 \\ y = -4+t \\ z = 2-t \end{cases}$	0.5 0.5 0.5 0.5
7		Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy, cho tam giác nhọn ABC. Đường thẳng chứa trung tuyến kẻ từ A và đường thẳng BC lần lượt có phương trình $3x + 5y - 8 = 0$, $x - y - 4 = 0$. Đường thẳng qua A vuông góc với BC cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC tại điểm thứ hai là D(4; -2). Viết phương trình các đường thẳng AB, AC; biết rằng hoành độ của điểm B không lớn hơn 3.	
		Gọi M là trung điểm của BC, H là trực tâm của tam giác ABC, K là giao của AD và BC, E là giao của BH và AC www.mathvn.com M là giao của AM và BC nên $M(\frac{7}{2}; -\frac{1}{2})$ AD vuông góc BC và đi qua D nên có phương trình $x + y - 2 = 0$ A là nghiệm của hệ $\begin{cases} 3x + 5y - 8 = 0 \\ x + y - 2 = 0 \end{cases} \Rightarrow A(1; 1)$ K là nghiệm của hệ $\begin{cases} x - y - 4 = 0 \\ x + y - 2 = 0 \end{cases} \Rightarrow K(3; -1)$ Tứ giác HKCE nội tiếp nên $\angle BHK = \angle KCE$, mà $\angle BDA = \angle KCE$ Suy ra $\angle BHK = \angle BDA$ nên K là trung điểm của HD nên H(2; 4) dethithudaihoc.com Vì B thuộc BC $\Rightarrow B(t; t-4) \Rightarrow C(7-t; 3-t)$ Mặt khác HB vuông góc AC nên $\overrightarrow{HB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 7(l) \\ t = 2 \end{cases}$	0.25 0.25 0.25 0.25 0.25 0.25

		$\Rightarrow B(2; -2), C(5; 1)$ $\Rightarrow AB: 3x + y - 4 = 0, AC: y - 1 = 0$	0.25 0.25
8		Giải hệ phương trình sau. $\begin{cases} 2y^3 + 12y^2 + 25y + 18 = (2x + 9)\sqrt{x + 4} \\ \sqrt{3x + 1} + 3x^2 - 14x - 8 = \sqrt{6 - 4y - y^2} \end{cases}$	2
		ĐK: $\begin{cases} x \geq -\frac{1}{3} \\ 6 - 4y - y^2 \geq 0 \end{cases}$ Xét phương trình $2y^3 + 12y^2 + 25y + 18 = (2x + 9)\sqrt{x + 4}$ (1) $2y^3 + 12y^2 + 25y + 18 = (2x + 9)\sqrt{x + 4} \Leftrightarrow 2(y + 2)^3 + (y + 2) = 2(x + 4)\sqrt{x + 4} + \sqrt{x + 4}$ $f(t) = 2t^3 + t \Leftrightarrow f'(t) = 6t^2 + 1 > 0$ (1) $\Leftrightarrow f(y + 2) = f(\sqrt{x + 4}) \Leftrightarrow y + 2 = \sqrt{x + 4} \Leftrightarrow \begin{cases} y \geq -2 \\ (y + 2)^2 = x + 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y \geq -2 \\ x = 4y + y^2 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} 2y^3 + 12y^2 + 25y + 18 = (2x + 9)\sqrt{x + 4} \\ \sqrt{3x + 1} + 3x^2 - 14x - 8 = \sqrt{6 - 4y - y^2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4y + y^2 \\ \sqrt{3x + 1} - \sqrt{6 - x} + 3x^2 - 14x - 8 = 0 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 4y + y^2 \\ (\sqrt{3x + 1} - 4) - (\sqrt{6 - x} - 1) + 3x^2 - 14x - 5 = 0 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 4y + y^2 \\ \frac{3(x - 5)}{(\sqrt{3x + 1} - 4)} + \frac{(x - 5)}{(\sqrt{6 - x} - 1)} + (x - 5)(3x + 1) = 0 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 4y + y^2 \\ (x - 5) \left[\frac{3}{(\sqrt{3x + 1} - 4)} + \frac{1}{(\sqrt{6 - x} - 1)} + (3x + 1) \right] = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = 1 \end{cases}$ $\frac{3}{(\sqrt{3x + 1} - 4)} + \frac{1}{(\sqrt{6 - x} - 1)} + (3x + 1) > 0, \forall x \geq -\frac{1}{3}$ Vậy hệ có nghiệm $x = 5, y = 1$	0.25 0.25 0.25 0.25 0.25 0.25 0.25
9		Cho $\frac{1}{4} \leq x \leq 1; y, z \geq 1$ sao cho $xyz = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{1}{1 + x} + \frac{1}{1 + y} + \frac{1}{1 + z}$	2
		Ta có $\frac{1}{1 + y} + \frac{1}{1 + z} \geq \frac{2}{1 + \sqrt{yz}} \Rightarrow P \geq \frac{1}{1 + x} + \frac{2}{1 + \sqrt{yz}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{yz}} + \frac{2}{1 + \sqrt{yz}}$ Đặt $t = \sqrt{yz} \Rightarrow 1 \leq t = \frac{1}{\sqrt{x}} \leq 2 \Rightarrow P = f(t) = \frac{t^2}{t^2 + 1} + \frac{2}{1 + t}$	0.5 0.5 0.5

		$f'(t) = \frac{2t}{(t^2+1)^2} - \frac{2}{(t+1)^2} \leq 0$ $f(t) \leq f(2) = \frac{22}{15} \quad \text{www.dethithudaihoc.com}$ Suy ra $\text{Min}P = \frac{22}{15} \Leftrightarrow x = \frac{1}{4}, y = z = 2$	0.25 0.25
--	--	--	-------------------------

Nếu thí sinh giải theo cách khác nếu đúng vẫn cho điểm tối đa